ISOMÉTRIES PLANES 1

Définition Une *isométrie* est une transformation plane qui *conserve les distances.*

$$\boxed{f \text{ isométrie} \iff M'N' = MN}$$

(pour tous points M,N du plan avec M'=f(M) et N'=f(N))

Propriétés

- Une isométrie conserve le produit scalaire
- Une isométrie conserve les angles (mais pas nécessairement leur orientation)
- Une isométrie transforme une base orthonormée en base orthonormée

On distingue :

- Les *isométries positives* (ou déplacements ou glissements) : ce sont celles qui conservent l'orientation des angles : translation et rotation.

- Les *isométries négatives* (ou antidéplacements ou retournements) : ce sont celles qui transforment un angle orienté en son opposé : réflexion et symétrie glissée.

Classification des isométries planes

Déplacements +		Rotations	Id	Translations
Anti déplacements -	Réflexions			Symétries glissées
Points fixes	leur axe	leur centre	le plan P	aucun

Produits de déplacements et d'antidéplacements : appliquer ... la règle des signes !

Toute isométrie s'écrit comme le produit d'au plus 3 réflexions

(voir fiche "isométries 2")

Formules analytiques dans un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j})$

On note $O'(x_0,y_0) = f(O)$

DÉPLACEMENT

$$\begin{cases} x' = x_0 + x\cos\alpha - y\sin\alpha \\ y' = y_0 + x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{cases}$$

* si $\alpha = 0\ (2\pi)$: translation
* sinon : rotation d'angle α

ANTIDÉPLACEMENT

$$\begin{cases} x' = x_0 + x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ y' = y_0 + x\sin\alpha - y\cos\alpha \end{cases}$$

* si l'ensemble des invariants est une droite D, réflexion d'axe D
* sinon symétrie glissée